

Tenglama tushunchasi

Xolida Choriyeva

Termiz davlat universitetining Pedagogika instituti

Tenglama tushunchasi maktab matematika kursida konkret-induktiv metod orqali kiritiladi. O'quvchilar IV sinfgacha natural sonlar ustida ta'rifsiz to'rt amalni bajarishni o'rganadilar, so'ngra o'quvchilarga qo'shish, ayirish, bo'lish amallarida qatnashayotgan komponentlardan ikkitasi ma'lum bo'lganda noma'lum qatnashayotgan komponentni topish o'rganiladi. Bunda ana shu topilishi kerak bo'lgan komponentni harf bilan belgilanadi. Masalan, qanday songa 4 ni qo'shsak, 7 soni hosil bo'ladi? ($x + 4 = 7$). Qanday sondan 8 ni ayirsak, 10 soni hosil bo'ladi? ($x - 8 = 10$). Qanday sonni 5 ga bo'lsak, 7 soni hosil bo'ladi? ($x : 5 = 7$), 18 soni qanday songa bo'linsa, 3 soni hosil bo'ladi? ($18 : x = 3$). Shu xildagi savollar asosida harfiy ifoda qatnashgan to'rt amalga doir tengliklarni hosil qilishimiz mumkin. O'quvchilar $x + 4 = 7$ tenglikdagi noma'lum x sonini topishni ayirish mavzusidan biladilar, ya'ni "noma'lum qo'shiluvchini topish uchun yig'indidan ma'lum qo'shiluvchini ayirish kerak" degan qoidaga ko'ra berilgan $x + 4 = 7$ tenglikdagi noma'lum sonni quyidagicha topadilar: $x = 7 - 4 = 3$. Ana shu fikrlarni o'quvchilarga tushuntirib, so'ngra $x + 4 = 7$ tenglik matematika kursida tenglama deb atalishini, so'ngra unga berilgan quyidagi ta'rifni keltirish mumkin.

Ta'rif. Noma'lum son qatnashgan tenglik tenglama deyiladi.

$x + 4 = 7$; $x - 5 = 9$; $12 - x = 6$; 27 ; $x = 9$; $x : 8 = 7$...

Tenglama deb qaralayotgan tengliklarda noma'lum sonlar x , u , z , ... harflar bilan belgilanadi. Tenglamani yechish degan so'z uning hamma ildizlarini topish demakdir, boshqacha qilib aytganda, noma'lumning tenglamani chap qismini uning o'ng qismiga teng qiladigan qiymatni topish tenglamani yechish deb ataladi. Masalan, $x + 4 = 7$ tenglama, $x = 3$ soni uning ildizidir, chunki tenglamaning ildizigina berilgan tenglikni to'g'ri tenglikka aylantira oladi.

Ta'rif. Nomalum sonning topilgan qiymati berilgan tenglamaning yechimi yoki ildizi deyiladi.

Bundan ko'rinadiki, noma'lumning tenglamani ikkala qismini son jihatidan teng qiladigan qiymati tenglama-ning ildizi yoki yechimi bo'lar ekan. Demak, $x = 3$ yechim bo'lgani uchun $3 + 4 = 7$ bo'ladi. IV sinf o'quvchilariga bir noma'lumli tenglamalarni yechish uchun quyidagi qoida o'rgatiladi:

1. Agar berilgan tenglamada noma'lum son kamayuvchi bo'lsa, u quyidagi qoidaga ko'ra topiladi. *Noma'lum kamayuvchini topish uchun ayiriluvchi bilan ayirmani ko'shish kerak.* Umumiy holda $x - b = s$ bo'lsa, $x = b + s$ bo'ladi.

2. Agar berilgan tenglamada noma'lum son ayiriluvchi bo'lsa, u quyidagi qoidaga ko'ra topiladi. *Noma'lum ayiriluvchini topish uchun kamayuvchidan ayirmani ayirish kerak.* Umumiy holda: $a - x = s$ bo'lsa, $x = a - s$ bo'ladi.

3. Agar berilgan tenglamada noma'lum son ko'payuvchilardan biri bo'lsa, u quyidagi qoidaga ko'ra topiladi. *Nomalum ko'payuvchini topish uchun ko'paytmani ma'lum ko'payuvchiga bo'lish kerak.* Umumiy holda: $a \cdot x = c$ bo'lsa, $x = c : a$ bo'ladi.

4. Agar berilgan tenglamada noma'lum son bo'luvchi bo'lsa, u holda u quyidagi qoidaga ko'ra topiladi. *Noma'lum bo'luvchini topish uchun bo'linuvchini bo'linmaga bo'lish kerak.* Umumiy holda $a : x = s$ bo'lsa, $x = a : s$ bo'ladi.

5. Agar berilgan tenglamada noma'lum son bo'linuvchi bo'lsa, u quyidagi qoidaga ko'ra topiladi. *Noma'lum bo'linuvchini topish uchun bo'linmaga bo'luvchini ko'paytirish kerak.* Umumiy holda $x : a = s$ bo'lsa, $x = a \cdot s$ bo'ladi.

6. V sinf matematika kursida manfiy sonlarni ayirish mavzusi o'tiladi, bunda berilgan yig'indi va qo'shiluvchilardan biriga ko'ra ikkinchi qo'shiluvchi topiladi. Masalan, $x + (-5) = 12$ tenglik berilgan bo'lsin. x ni topish uchun tenglikni hap ikki qismiga 5 sonni qo'shamiz, $x + (-5) + 5 = 12 + 5$, $x = 17$. Bundagi 17 soni 12 va -5 sonlarining ayirmasidir, ya'ni $12 - (-5) = 12 + 5 = 17$. Javobning to'g'riligini qo'shish amali orqali tekshiriladi: $17 + (-5) = 12$. Agar $x + (-5) = 12$ tenglikka IV sinfdagi berilgan tenglama ta'rifini qo'llasak, $x + (-5) = 12$ tenglik tenglama bo'lib hisoblanadi. Bu yerda $x = 17$ soni esa $x + (-5) = 12$ tenglamaning ildizi bo'ladi.

Yuqoridagi yechish bosqichlariga ko'ra $x+a=0$ yoki $-x+a=0$ ko'rinishdagi tenglamalarni yechish qoidasini chiqarish mumkin. $x+a=b$ yoki $-x+a=b$ ko'rinishdagi har qanday tenglamani yechish uchun ularning chap va o'ng qismlariga birgina $-a$ sonini qo'shish kifoya. $(x+a=b) \Rightarrow [x+a-a=b-a] \Rightarrow (x=b-a)$;

$$(-x+a=b) \Rightarrow (-x+a-a=b-a) \Rightarrow (-x=b-a) \Rightarrow (x=a-b).$$

Misolalar: 1) $y+9=-5$ 2) $x-3=-17$.

$$y+9-9=-5-9$$

$$x-3+3=-17+3$$

$$y=-14.$$

$$x=-14.$$

$$3) 4 - (2,8 - x) = 1,5$$

Tekshirish:

$$4 - 1,5 = 2,8 - x$$

$$4 - (2,8 - 0,3) = 1,5$$

$$-2,8 + 2,5 = 2,8 - 2,8 - x$$

$$1,5 = 1,5.$$

$$-x = -0,3 \Rightarrow x = 0,3.$$

Shu misollardan keyin tenglama tuzishga olib keladigan masalalarni yechish foydali bo'ladi.

1 - masala. Savatda bir necha qo'ziqorin bor edi. Unga yana 27 ta qo'ziqorin solinganidan keyin qo'ziqorinlar 75 ta bo'ldi. Savatda nechta qo'ziqorin bo'lgan?

Yechish. Savatdagi bor qo'ziqorinlar sonini x bilan belgilaymiz. U holda shartga muvofiq $x+27=75$ tenglamani tuzamiz.

Tenglamani yechish uchun bunday mulohaza yuritamiz: tenglikdagi noma'lum qo'shiluvchini topish uchun yig'indidan ma'lum qo'shiluvchini ayirish kifoya, ya'ni $x=75-27=48$ (ta). Tenglama yechimini to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligini bilish uchun tuzilgan tenglamadagi noma'lum x o'rniga 48 sonini qo'yib, uni hisoblaymiz. Agar tenglamaning chap qismida ham 75 chiqsa u to'g'ri yechilgan bo'ladi. $48+27=75$, $75=75$. Demak, yechim to'g'ri ekan.

2- masala. O'quvchida 81 tiyin bor edi. U bir necha tiyinga konfet oldi, shundan keyin unda 63 tiyin qoldi. Konfet qancha tiyin turadi?

Matematika fanida tenglik tushunchasi taqqoslash tushunchasi orqali quyidagicha tushuntiriladi: o'rganilayotgan matematik ob'ektdagi narsalarning o'zaro o'xshash va farqli tomonlarini fikran aniqlash taqqoslash deyiladi. Ana shu o'rganilayotgan narsalarning o'xshash yoki farqli tomonlarini taqqoslaganda bir xil son qiymatiga ega bo'lsa, u holda bu narsalar son jihatidan teng deb qaraladi, u tenglik ($=$) ishorasi bilan belgilanadi. Agar a va b sonlar o'zaro teng bo'lsa, u $a=b$ kabi belgilanadi, agar ular teng bo'lmasa, $a \neq b$ kabi belgilanadi. Masalan, $3=3$, $7+1=8$, $9-6=3$ Xuddi shuningdek, $8 \neq 9$, $3+5 \neq 4$, ... kabi yoziladi.

Matematika kursida tengliklar ikki xil bo'ladi, ayniyat va tenglama.

Ta'rif. Tarkibidagi noma'lum sonlarning yo'l qo'yiladigan har qanday qiymatlarida ikkali qismi bir xil son qiymatlarini qabul qiladigan tenglik ayniyat deyiladi. Masalan,

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1);$$

$$\frac{x^3 - y^3}{x - y} = x^2 + xy + y^2, \quad \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{1}{x-1}.$$

1) $x^2-1=(x-1) \cdot (x+1)$ tenglikni olaylik, x ning ixtiyoriy qiymatlarida tenglikning chap tomoni o'ng tomoniga teng chiqadi. Masalan,

$$x = 2 \text{ bo'lsin, } 2^2-1=(2-1)(2+1), \text{ bundan } 3 = 3$$

$$x = 5 \text{ bo'lsin, } 5^2-1=(5-1)(5+1), \text{ bundan } 24 = 24$$

2) $\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{1}{x-1}$. tenglikni olaylik, bu yerda eng avvalo bu tenglikdagi noma'lumlarning yo'l

qo'yiladigan qiymatlarini aniqlash lozim. Bu tenglikda $x \neq \pm 1$ bo'lishi kerak, aks holda kasrning maxraji nolga teng bo'lib, u ma'noga ega bo'lmay qoladi. Shuning uchun berilgan xarflarning yo'l qo'yiladigan qiymatlariga quyidagicha ta'rif berilgan.

Ta'rif. Tenglik tarkibiga kiruvchi harflarning shu tenglikning o'ng va chap qismi ma'noga ega bo'ladigan qiymatlari bu harflarning yo'l qo'yiladigan qiymatlari deyiladi. Yuqoridagi tenglamada yo'l qo'yiladigan qiymatlar $x \neq \pm 1$ lardan boshqa barcha haqiqiy sonlardir. Masalan,

$$\text{agar } x = 2 \text{ bo'lsa, } \frac{1}{2^2-1} = \frac{1}{2+1} \cdot \frac{1}{2-1}, \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{3}$$

agar $x = 3$ bo'lsa, $\frac{1}{3^2 - 1} = \frac{1}{3+1} \cdot \frac{1}{3-1}$, $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Endi matematika kursida shunday tengliklar ham borki, ularning ikkala qismi harfning bir xil yo'l qo'yiladigan qiymatlarida turli son qiymatlarini qabul qiladi. Masalan: $x+5=7$, $2x-7=8$.

Bu ko'rinishdagi tengliklarni tenglamalar deb ataladi, tenglama biror berilgan tenglikni ikkala qismi noma'lum harfning yo'l qo'yiladigan qiymatlarida bir xil son qiymatlar qabul qilishini aniqlash masalasini o'rganuvchi tenglik bo'lib hisoblanadi. V sinfda $4x=2x+16$ ko'rinishdagi tenglamani yechish o'rganiladi. Bunday tenglamalarni yechish uchun tenglikning har ikkala tomoniga $-2x$ ifodani qo'shamiz. $4x+(-2x)=2x+(-2x)+16$, $4x-2x=2x-2x+16$. Bu ifodaning tengligini quyidagicha tushuntirish mumkin. Taroziining har ikkala pallasidan o'zaro teng bo'lgan miqdordagi narsalarni olib tashlaymiz, u holda $2x=16$ tenglik hosil bo'ladi, bundan $x=8$ soni kelib chiqadi, $x=8$ soni $4x=2x+16$ tenglamaning yechimi yoki ildizi bo'ladi.

Bir noma'lumga nisbatan ikki tenglamadan birining har bir ildizi ikkinchi tenglamaning ham ildizi bo'lsa, ikkinchi tenglamaning har bir ildizi esa shu bilan birga birinchi tenglamaning ham ildizi bo'lsa, bu ikki tenglama *teng kuchli (ekvivalent) tenglamalar* deyiladi. Masalan, $2x+5=7$ va $x-1=0$ tenglamalar teng kuchli tenglamalardir, chunki ularning ikkalasining ham ildizi $x=1$ sonidan iboratdir. Bundan tashqari ildizlari mavjud bo'lmagan tenglamalar ham teng kuchlidir. Masalan, $x^2=-3$ va $x^2+2=-5$ va hokazo. Teng kuchli tenglamalarning quyidagi xossalari o'quvchilarga tushuntirish maqsadga muvofiqdir.

1 - x o s s a. *Agar tenglamaning ikkala qismi noldan farqli biror songa ko'paytirilsa yoki bo'linsa, berilgan tenglamaga teng kuchli tenglash hosil bo'ladi.*

Masalan, $15x-5=25$, bu tenglamaning har ikki tomonini 5 soniga bo'lsak, $3x-1=5$ tenglama hosil bo'ladi, bu tenglama oldingi tenglamaga teng kuchli bo'lgan tenglamadir. Masalan: $12x-7=2x+13$. $12x-2x=13+7$, $10x=20$, $x=2$.

Foydalanilgan adabiyotlar:

O'zbekiston milliy ensiklopediyasi. Toshkent-2005

Matematika 5-sinf. Darslik. Toshkent-2014

Matematika 6-sinf. Darslik. Toshkent-2010