O‘QUVCHILAR QOBILIYATINI TENGLAMA VA TENGSIZLIKLARNI YECHISH ORQALI OSHIRISH

Komolova Gulhayo Shukirillo qizi
Andijon mashinasozlik instituti
“Transport logistikasi” kafedrasi assistenti
gulhayokomolova1990@mail.ru

Ko’paytuvchilarga ajratish va oraliq usuli. Ko’paytuvchilarga ajratish usuli tenglama va tengsizliklarni yechishning muhim usullaridan biridir. Ko’paytuvchilarga ajratish usuli irratsional tenglama va tengsizliklarni yechishda ham qo’llanilishi mumkin. Ushbu usulni qo’llash uchun barcha hadlarni bir tomonga o’tkazish, ikkinchi tomonini esa nol yozib qoldirish kerak. Keyin ko’paytuvchilarga ajratiladi [1]. Ma’lumki, tenglama va tengsizliklarni ko’paytuvchilarga ajratish uchun umumiy ko’paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish, guruhlash usuli va qisqa ko’paytirish formulalari qo’llaniladi. So’nggra quyidagi ifodadan foydalaniladi [2-4]:

$$f_1(x)\cdot f_2(x)\cdot \ldots \cdot f_n(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f_1(x)=0, \\ f_2(x)=0, \\ \quad \ldots\ldots\ldots \\ f_n(x)=0. \end{cases}$$

1-misol. Tenglamani yeching: $9\sqrt[6]{4-x}=x^2\sqrt[6]{4-x}$.

Yechish: Tenglamani barcha hadlarini bir tomonga o’tkazib, umumiy ko’paytuvchini qavsdan tashqariga chiqaramiz. U holda berilgan tenglama

$$(9-x^2)\sqrt[6]{4-x}=0$$

tenglamaga teng kuchli ifodani hosil qilamiz va u o’z navbatida

$$\begin{cases} 9-x^2=0, \\ 4-x=0, \\ \sqrt[6]{4-x}\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 3, \\ x=4, \\ x\leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 3, \\ x=4. \end{cases}$$

sistemaga teng kuchli [5]. Demak, tenglamaning yechimi: $x=\pm 3, x=4$.

2-misol. Tengsizlikni yeching: $(x-2)\sqrt{x^2-x-4}\geq 4x-8$.

Yechish: Tengsizlikning barcha hadlarini chap tomonga o’tkazamiz:

$$(x-2)\sqrt{x^2-x-4}-(4x-8)\geq 0.$$

Ko’paytuvchilarga ajratamiz:

$$(x-2)\left(\sqrt{x^2-x-4}-4\right) \geq 0.$$

Ohirgi tengsizlikni yechishga o'tamiz:

$$1-hol.\begin{cases} x-2 \geq 0, \\ \sqrt{x^2-x-4}-4 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2, \\ \sqrt{x^2-x-4} \geq 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2, \\ x^2-x-4 \geq 16; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2, \\ x^2-x-20 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2, \\ \left[\begin{array}{l} x \leq -4, \\ x \geq 5, \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 5.$$

$$2-hol.\begin{cases} x-2 \leq 0, \\ \sqrt{x^2-x-4}-4 \leq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2, \\ \sqrt{x^2-x-4} \leq 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2, \\ x^2-x-4 \leq 16; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2, \\ x^2-x-20 \leq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2, \\ \left[\begin{array}{l} x \geq -4, \\ x \leq 5, \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2.$$

Demak, umumiy yechim:

$$\begin{cases} x \geq 5, \\ -4 \leq x \leq 2 \end{cases}.$$

Ba'zida irratsional tengsizlikning chap qismida ikkita funksiyaning ko'paytmasi ko'rinishida berilgan bo'ladi [6-9]. Ayniqsa, $\sqrt[2n]{f(x)} \cdot g(x) \geq 0, n \in N$ ko'rinishdagi hol qiziqarli. Bunday tengsizlikni sistemalar jamlanmasi yordamida yechish xatolar bilan bajariladi. Shuning uchun bunga to'xtalib o'tamiz.

Berilgan tengsizlikdagi noqat'iy ishora tengsizlikni unga teng kuchli:

$$\begin{cases} \sqrt[2n]{f(x)} \cdot g(x) = 0, \\ \sqrt[2n]{f(x)} \cdot g(x) > 0 \end{cases} \quad (1)$$

tenglama bilan almashtirishga imkon beradi. (1) tenglamani yechishni

$$\begin{cases} f(x) = 0, \quad g(x)\ aniqlangan; \\ g(x) = 0, \qquad f(x) > 0. \end{cases}$$

ajratishlar qoidasi bilan amalga oshiramiz [10]. Birinchi ko'paytuvchining barcha x larda nomanfiyligidan (1) dagi tengsizlikni unga teng kuchli

$$\begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

sistema bilan almashtiramiz. (1) dagi tenglama yechimidagi ikkinchi Sistema va (1) dagi tengsizlikka teng kuchli sistema,

$$\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

bitta sistemaga birlashtirish mumkin [11-13].

Shuning uchun berilgan tengsizlik quyidagi

$$\sqrt[2n]{f(x)} \cdot g(x) \geq \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0, & \text{g}(x) \; aniqlangan; \\ \text{g}(x) \geq 0, & f(x) > 0. \end{cases}$$

tenglamaga teng kuchli.

3-misol. Tengsizlikni yeching: $(x^2 - 3x - 40) \cdot \sqrt[8]{2x-3} \geq 0$.

Yechish: Berilgan tengsizlik:

$$\left[\begin{array}{l} 2x - 3, \\ \begin{cases} x^2 - 3x - 40 \geq 0, \\ 2x - 3; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3}{2}, \\ \begin{cases} (x-8)(x+5) \geq 0, \\ x > \frac{3}{2}; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3}{2}, \\ \begin{cases} x \geq 8, x \leq -5, \\ x > \frac{3}{2}; \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3}{2}, \\ x \geq 8. \end{array}\right.$$

tenglamaga teng kuchli. Demak, tengsizlikni yechimi: $x = \frac{3}{2}, x \geq 8$.

Irratsional tengsizliklarni ko'paytuvchilarga ajratish usuli bilan yechishda bir nechta ko'paytuvchini nol bilan taqqoslashga to'g'ri keladi. Bu holatda tengsizlikni yechishning ratsional usuli – oraliqlar usuli hisoblanadi. Uni turli xil tengsizliklarni yechishda qo'llash quyidagi teoremaga asoslanadi [14-16].

1-teorema. Agar biror oraliqda uzluksiz funksiya bu oraliqning birorta ham nuqtasida nolga aylanmasa, u holda funksiya bu oraliqda ishorasini saqlaydi [17-20].

Shunday qilib, $y = f(x)$ funksiya berilgan bo'lsa, u holda son o'qi to'rtta to'plamga ajraladi:

1) $f(x) > 0$ bo'lgan nuqtalar to'plami;
2) $f(x) = 0$ bo'lgan nuqtalar to'plami;
3) $f(x) < 0$ bo'lgan nuqtalar to'plami;
4) $f(x)$ aniqlanmagan nuqtalar to'plami.

Tengsizlikni yechish quyidagi bosqichlarga bo'linadi: dastlab 1), 2), 3) va 4) to'plamlarning chegara nuqtalari topiladi; topilgan nuqtalar son o'qini oraliqlarga ajratadi; har bir oraliq uchun qaysi to'engsizlikrtta to'plamdan biriga tegishli bo'lishi aniqlanadi; nihoyat, yechilayotgan tengsizlik ma'nosiga mos to'plamlar tanlanadi.

Irratsional tengsizliklarning farqli xususiyati ularning aniqlanish sohasi chegaralanganligidir. Shuning uchun odatda, tengsizlikni yechishni aniqlanish sohasini topishdan boshlanadi, keyin $f(x) = 0$ tenglama yechimlari topiladi va nihoyat funksiya aniqlangan har bir oraliqda funksiya ishorasi aniqlanadi [21-23].

$\mathbf{4 - misol.}$ Tengsizlikni yeching: $\dfrac{x^2 - 1}{\sqrt{13 - x^2}} \geq x - 1.$

Yechish. Oraliqlar usulidan foydalanib, tengsizlikni

$$\frac{x^2 - 1}{\sqrt{13 - x^2}} \geq x - 1 \Leftrightarrow \frac{(x - 1)\left((x + 1) - \sqrt{13 - x^2}\right)}{\sqrt{13 - x^2}} \geq 0$$

ko'rinishda yozib olamiz. Tengsizlikni aniqlanish sohasini topamiz:

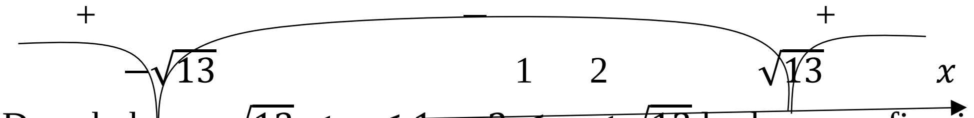
$$13 - x^2 > 0 \Leftrightarrow \left(-\sqrt{13};\ \sqrt{13}\right).$$

Topilgan aniqlanish sohasiga tegishli shakl almashtirilgan tengsizlik chap qismida turgan funksiya nollarini topamiz. Buning uchun kasr suratining nollarini toppish yetarli, ya'ni

$$\begin{cases} -\sqrt{13} < x < \sqrt{13}, \\ \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0, \\ x + 1 - \sqrt{13 - x^2}, \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{13} < x < \sqrt{13}, \\ \left[\begin{array}{l} x = 1, \\ \sqrt{13 - x^2} = x + 1, \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{13} < x < \sqrt{13}, \\ \left[\begin{array}{l} x = 1, \\ \begin{cases} 13 - x^2 = (x + 1)^2, \\ x + 1 \geq 0, \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{13} < x < \sqrt{13}, \\ \left[\begin{array}{l} x = 1, \\ \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ x \geq -1, \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{13} < x < \sqrt{13}, \\ \left[\begin{array}{l} x = 1, \\ x = 2, \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1, \\ x = 2. \end{array}\right.$$

sistemani yechish lozim. Funksiya nollari aniqlanish sohasini uchta oraliqqa ajratadi. Har bir oraliqda funksiya ishorasini topamiz [24]:



Demak, kasr $-\sqrt{13} < x \leq 1$ va $2 \leq x < \sqrt{13}$ larda nomanfiy qiymatlar qabul qiladi.

Javob: $-\sqrt{13} < x \leq 1$ va $2 \leq x < \sqrt{13}.$

1. Yangi o'zgaruvchini kiritish. Yangi o'zgaruvchini kiritishda ifoda biror harf bilan belgilanadi va dastlab kiritilgan yangi o'zgaruvchiga nisbatan tenglama(tengsizlik) yechishga harakat qilinadi, keyin esa berilgan noma'lum qiymatlari topiladi. Ba'zi hollarda noma'lumni almashtirish masala yechimini

soddalashtiradi; ba’zida esa tenglama(tengsizlik) almashtirishsiz umumanyechish mumkin emas.

O’zgaruvchini almashtirish agar uning natijasida tenglama(tengsizlik)ning yangi sifatiga erishilsagina juda foydali. Masalan, irratsional tenglama(tengsizlik) ratsional tenglama yoki tengsizlikka aylanadi. Bunday almashtirishlar ratsionallashtiruvchi almashtirishlar deb ataladi [26-28].

5-misol. Tenglamani yeching: $2x^2+3x+\sqrt{2x^2+3x+9}=33$.

Yechish. $y=\sqrt{2x^2+3x+9}$, $y\geq 0$ yangi o’zgaruvchini kiritamiz. Yangi o’zgaruvchi uchun tenglama quyidagi $y^2+y-9=33$ ko’rinishda yoziladi. Uni yechib $y_1=6$, $y_2=-7$ ildizlarni topamiz. y_2 ildiz chet ildiz, chunki $y\geq 0$ shartni qanoatlantirmaydi.

$$\sqrt{2x^2+3x+9}=6 \Leftrightarrow 2x^2+3x+9=36 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2x^2+3x-27=0 \Leftrightarrow x=3, x=-\frac{9}{2}$$

tenglamani yechish qoladi.

Ratsionallashtiruvchi almashtirishlar irratsional tengsizliklarni yechishda ham samarali (bunday tengsizliklar misollarni qarab chiqilgan tenglamalar asosida tuzish mumkin), bunda noma’lumga nisbatan bir xil ifodaning takrorlanishi ham almashtirishdan foydalanishga ko’rsatma bo’ladi. Bunday ko’rsatma bo’lmagan, lekin ratsionallashtiruvchi almashtirish mumkin bo’lgan misolni keltiramiz.

$6-$misol. Tengsizlikni yeching: $\frac{3-x}{\sqrt{15-x}}<1$.

Yechish. Yangi t o’zgaruvchini $\sqrt{15-x}=t, t>0$ ratsionallashtiruvchi almashtirish yordamida kiritamiz. U holda $x=15-t^2$.

$$\frac{3-(15-t^2)}{t}<1 \Leftrightarrow \frac{t^2-t-12}{t}<0 \Leftrightarrow \frac{(t+3)(t-4)}{t}<0 \Leftrightarrow \begin{cases} t<-3, \\ 0<t<4. \end{cases}$$

tengsizlikni olamiz. $t>0$ ekanligini hisobga olib, $0<t<4$ ni olamiz. Keyin x o’zgaruvchiga nisbatan irratsional tengsizliklar sistemasini yechamiz:

$$\begin{cases} \sqrt{15-x}>0, \\ \sqrt{15-x}<4 \end{cases} \Leftrightarrow 0<15-x<16 \Leftrightarrow -15<-x<1 \Leftrightarrow -1<x<15.$$

Yangi o’zgaruvchini kiritish usulidan tashqari to’liq kvadrat ajratishda foydalaniladigan tenglamalarni qaraymiz. Odatda ildiz ostidagi ifodalarda radikallar bo'lgan tenglamalar yechiladi, ichki va tashqi radikallarda turgan to'liq kvadratni ajratish uchun ko'phadlar darajalari ustma-ust tushishi lozim.

7-misol.Tenglamani yeching: $\sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}}+\sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}}=2$

Yechish. $y=\sqrt{x-2},\ y\geq 0$ yangi o'zgaruvchini kiritamiz. U holda $x=y^2+2$ va berilgan tenglama

$$\sqrt{y^2-2y+1}+\sqrt{y^2-6y+9}=2\Leftrightarrow\sqrt{(y-1)^2}+\sqrt{(y-3)^2}=2\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow|y-1|+|y-3|=2$$

ko'rinishda yoziladi($\sqrt[2n]{a^{2n}}=|a|, n\in N, a\in R$ ayniyatdan foydalanildi). Modul qatnashgan tenglamani yechib, $0\leq y\leq 1; 1<y\leq 3; y>3$ oraliqdagi modullarni ketma-ket ochib, $1\leq y\leq 3$ ni topamiz.

Oxirgi bosqichda

$$\begin{cases}\sqrt{x-2}\geq 1,\\ \sqrt{x-2}\leq 3,\end{cases}\Leftrightarrow 1\leq x-2\leq 9\Leftrightarrow 3\leq x\leq 11$$

irratsional tengsizliklar sistemasini yechamiz.

O'zgaruvchini almashtirish bilan yechiladigan tenglamalarning maxsus tipi bo'lib, bir jinsli tenglamalar hisoblanadi. Ko'proq ikkinchi darajali bir jinsli tenglamalar uchraydi. Eslatib o'tamiz $p(x)$ va $q(x)$ ifodalarga nisbatan bir jinsli ikkinchi darajali tenglama deb,

$$ap^2+bpq+cq^2=0,\qquad a\neq 0,\qquad c\neq 0$$

ko'rinishdagi tenglamaga aytiladi. Bir jinsli tenglamani yechish ikki bosqichga ajraladi.

1) $\begin{cases}p(x)=0,\\ q(x)=0\end{cases}$ sistema yechimlarga ega yoki ega emasligini tekshirish (u holda topilgan yechim berilgan tenglamani ildizi bo'ladi) [27];

2) $p(x)\neq 0, q(x)\neq 0$ cheklovlarda tenglamai $p(x)$ yoki $q(x)$ ifodalardan birining yuqori darajasiga bo'lishni bajarish va tenglamani

$$y=\frac{p(x)}{q(x)}\text{ yoki } y=\frac{q(x)}{p(x)}$$

yangi o'zgaruvchini kiritish bilan ratsional tenglamaga olib kelish.

Ixtiyoriy bir jinsli ikkinchi darajali tenglama kvadrat tenglamaga keltiriladi.

8-misol. Tenglamani yeching: $6x^2+7x\sqrt{1+x}=24(1+x)$.

Yechish. $24(1+x)$ hadni tenglamaning chap qismiga o'tkazamiz, x va $\sqrt{1+x}$ ifodalarga nisbatan bir jinsli ikkinchi darajali tenglamani olamiz:

$$6x^2 + 7x\sqrt{1+x} - 24\left(\sqrt{1+x}\right)^2 = 0.$$

x va $\sqrt{1+x}$ ifodalar bir vaqtda nolga teng emas, shuning uchun tenglamani ifodalardan birining ikkinchi darajasiga bo'lish mumkin. Hadma-had $(1+x)$ ga bo'lamiz

$$6\frac{x^2}{1+x} + 7\frac{x}{\sqrt{1+x}} - 24 = 0 \text{ ni olamiz.} \ y = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

yangi o'zgaruvchini kiritamiz, unga nisbatan $6y^2 + 7y - 24 = 0$ kvadrat tenglamani olamiz, uning ildizlari:

$$y_1 = \frac{3}{2}; \ y_2 = -\frac{8}{3}.$$

Irratsional tenglamalarni yechamiz, bunda $x \neq 0, \sqrt{1+x} \neq 0$:

1) $\dfrac{x}{\sqrt{1+x}} = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow 3\sqrt{1+x} = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 0, \\ 9(1+x) = 4x \end{cases} \Leftrightarrow\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ 4x^2 - 9x - 9 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = 3.$

2) $\dfrac{x}{\sqrt{1+x}} = -\dfrac{8}{3} \Leftrightarrow 8\sqrt{1+x} = -3x \Leftrightarrow \begin{cases} -3x \geq 0, \\ 64(1+x) = 9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\dfrac{8}{9}.$

2. Funksiya xossalaridan foydalanish.

9-misol. Tenglamani yeching: $\sqrt[6]{5-x} - \sqrt[8]{7-x} + \sqrt[4]{2x-15} = 2.$

Yechish. Tenglamaning aniqlanish sohasini topamiz:

$$\begin{cases} 5 - x \geq 0, \\ 7 - x \geq 0, \\ 2x - 15 \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq 7{,}5. \end{cases}$$

Oxirgi Sistema yechimga ega emas. Demak, berilgan tenglama ham ildizga ega emas.

10-misol. Tengsizlikni yeching: $\sqrt[8]{x^3 + 3x^2 - 16x + \sqrt{2} - 1} \leq -1 - 2x^2.$

Yechish. Tengsizlikning chap va o'ng qismlaridaturgan funksiyalar qiymatlar to'plamlarini tekshiramiz. Tengsizlikning chap qismi nomanfiy funksiya. O'ng qismi esa manfiy, chunki ixtiyoriy x uchun $x^2 \geq 0$ tengsizlik o'rinli bo'lgani uchun, $-2x^2 \leq 0$. O'ng tomon $x = 0$ da eng kata qiymatga ega, $\sqrt[8]{\sqrt{2} - 1} \leq -1$ kelib chiqadi. Shunday qilib, tengsizlik yechimga ega emas.

11-misol. Tenglamani yeching: $\sqrt[3]{2x-1} + \sqrt[3]{x-1} = 1.$

Yechish. Tenglamaning $x = 1$ ildizini tanlab topsa bo’ladi. Haqiqatdan, $\sqrt[3]{2 \cdot 1 - 1} + \sqrt[3]{1 - 1} = 1 + 0 = 1$. Tenglama boshqa ildizlarga ega emasligini isbotlaymiz. Tenglamaning chap qismi butun son o’qida aniqlangan ikkita $y_1 = \sqrt[3]{2x - 1}$ va $y_2 = \sqrt[3]{x - 1}$ funksiyalar yig’indisidan iborat. $y_1 = \sqrt[3]{2x - 1}$ funksiya esa ikkita funksiyalar kompozitsiyasidan iborat: $y_1 = \sqrt[3]{t_1}, t_1 = 2x - 1$. Ko’rsatilgan funksiyalardan har biri o’sadi, shuning uchun $y_1 = \sqrt[3]{2x - 1}$ funksiya ham butun son o’qida o’sadi. Shunda o’xshash $y_2 = \sqrt[3]{x - 1}$ funksiya ham butun son o’qida o’sadi. Demak, $y_1 + y_2 = \sqrt[3]{2x - 1} + \sqrt[3]{x - 1}$ funsiya o’sadi, chunki chap qismida o’suvchi funksiya turibdi. Butun aniqlanish sohasida monoton funksiya o’zining har bir qiymatini faqat bir marta qabul qiladi, ya’ni $x = 1$ berilgan tenglama uchun yagona ildiz bo’ladi.

Bunga o’xshash hollarda tenglamani yechish ikki bosqichda bo’ladi: 1) ildizni tanlab toppish; 2) uning yagonaligini isbotlash. Funksiyaning monotonlik xossasi tenglamani yechish jarayonini qisqartirishga olib keladi. Buning uchun asos bo’lib qat’iy monoton funksiyaning (monoton o’suvchi yoki monoton kamayuvchi) o’zining har bir qiymatini faqat bir marta (argumentning bitta qiymatida) qabul qilish xossasi hisoblanadi [28].

2-teorema. Agar $f(x) -$ o’suvchi funksiya bo’lsa, u holda $f\big(f(x)\big) = x$ va $f(x) = x$ tenglamalar teng kuchli.

Isbot. $x_0 - f(x) = x$ tenglamaning ildizi, ya’ni $f(x_0) = x_0$ tenglik to’g’ri bo’lsin. Undan birinchi tenglamaga qo’yish uchun foydalanamiz. $f\big(f(x_0)\big) = f(x_0) = x_0$, ya’ni $f\big(f(x_0)\big) = x_0$ to’g’ri tenglikoldik, demak, $x_0 - f\big(f(x)\big) = x$ tenglamaning ildizi ekan. Aksincha, $x_0 - f\big(f(x)\big) = x$ tenglamaning ildizi bo’lsin, ya’ni $f\big(f(x_0)\big) = x_0$ tenglik to’g’ri. $f(x)$ funksiyaning o’suvchiligidan $f^{-1}(x)$ o’suvchi teskari funksiyaga ega, $f^{-1}(x)$ funksiya bilan to’g’ri tenglikka ta’sir ko’rsatamiz $f(x_0) = f^{-1}(x_0)$ to’g’ri tenglik olamiz. Ikkita o’zaro teskari funksiyalar teng qiymatlarni faqat $x = f(x) = f^{-1}(x)$ da qabul qiladi, ya’ni $x_0 = f(x_0)$ tenglik to’g’ri, bu esa, $x_0 - f(x) = x$ tenglamaning ildizi ekanligini bildiradi [29].

12-misol. Tenglamani yeching: $\sqrt{1 + \sqrt{x}} = x - 1$.

Yechish. Tenglamani $1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}} = x$ ko’rinishga keltiramiz. $f(x) = 1 + \sqrt{x}$ funksiyani kiritamiz va u $[0; +\infty)$ to’plamda o’zgarmas va o’suvchi funksiya yig'indisi sifatida o'sadi. U holda tenglama $f\big(f(x)\big) = x$ ko'rinishni oladi va yechish uchun 2-teoremadan foydalanish mumkin. Teng kuchli $f(x) = x$ yoki $1 + \sqrt{x} = x$ tenglamaga o'tamiz. Oxirgi tenglama $y = \sqrt{x},\ y \geq 0$ almashtirish bilan $y^2 - y - 1 = 0$ kvadrat tenglamaga keladi. Uning ildizlarini topamiz:

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad \left(y = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)$$

ulardan biri $y \leq 0$ shartni qanoatlantirmaydi.

$$\sqrt{x} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

ni olamiz.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. G.Komolova. "Hosilani ketma-ketlikdagi ba`zi masalalarni yechishga tadbig`i." "O`ZBEKISTON VA AVTOMOBIL SANOATI: FAN, TA`LIM VA ISHLAB CHIQARISH INTEGRATSIYASI" xalqaro ilmiy-amaliy anjuman materiallari, 386-389 betlar,AndMI.
2. Комолова Гулхаё, Халилов Муродил, "Stages of drawing up a mathematical model of the economic issue ", Journal of ethics anddiversity in international communication. Испания -2022.
3. К.А.Турсунметов., Ф.Султонова «Тарози тошларининг яратилиш тарихи». Фан ва жамият журнали 2022/3
4. К.А.Турсунметов., Ф.Султонова Физика фанининг шаклланишида Осиё алломаларининг ўрни. Наманган муҳандислик технология институти ФИЗИКА-2022 Форум 3 октябрь 2022 йил.
5. To'ychiyev.Sh.Sh, &. A. (2022 г.30-апрел). BA'ZI NOAN'ANAVIY MASALALARNING YECHIMLARI. *Eurasian Journal of Mathematical Theory and Computer Sciences*, ст: 65-68.
6. Sarimsakov Akbarjon, Gaffarov Makhamatzokir METHODS OF PASSENGER TRANSPORT LOGISTICS DEVELOPMENT IN THE CITY // Бюллетень науки и практики. 2020. №11. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/methods-of-passenger-transport-logistics-development-in-the-city (дата обращения: 24.11.2022).

7. Саримсаков Акбар Муминович ПУТИ РАЗВИТИЯ КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПАССАЖИРСКОМ ТРАНСПОРТЕ // Universum: технические науки. 2021. №10-2 (91). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/puti-razvitiya-kommunikatsionnyh-tehnologiy-v-passazhirskom-transporte (дата обращения: 24.11.2022).
8. Gafforov Mukhammadzokir, Tursunboyev Murodjon LOGISTIC MANAGEMENT OF URBAN PUBLIC TRANSPORT // Бюллетень науки и практики. 2021. №4. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/logistic-management-of-urban-public-transport (дата обращения: 24.11.2022).
9. Gafforov Mukhammadzokir, Akromaliyev Otkir DIGITALIZATION OF CUSTOMS DUTIES // Бюллетень науки и практики. 2021. №4. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/digitalization-of-customs-duties (дата обращения: 24.11.2022).
10. Akbarjon, Gaffarov Makhamatzokir METHODS OF PASSENGER TRANSPORT LOGISTICS DEVELOPMENT IN THE CITY // Бюллетень науки и практики. 2020. №11. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/methods-of-passenger-transport-logistics-development-in-the-city (дата обращения: 24.11.2022).
11. Саримсаков Акбар Муминович ПУТИ РАЗВИТИЯ КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПАССАЖИРСКОМ ТРАНСПОРТЕ // Universum: технические науки. 2021. №10-2 (91). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/puti-razvitiya-kommunikatsionnyh-tehnologiy-v-passazhirskom-transporte (дата обращения: 24.11.2022).
12. Мирзаев Қахрамонжон Султонович 2022/5/25 Илм-фан, маданият, техника ва технологияларнинг замонавий ютуқлари ҳамда уларнинг иқтисодиётга татбиқи. Андижон машинасозлик институти ва Воронеж Давлат техника университети, 299-303 б.
13. Қ.С.Мирзаев ва Ҳ.Қ.Ахмаджонова 2022/4/22 Автомобилларга оид мутахасисликларда тахсил олаётган талабаларда экологик билим ва маданиятни шакллантиришда, янги педагогик технологиялардан фойдаланиш масалалари, Инновационнные подходы к современной науке. Российский университет Дружбы народов. Москва, Том-3, №3,68-70 б.

14. Shodmonov Sayidbek Abduvayitovich, Abbasov Saidolimxon Jaloliddin o'g'li, & Xomidov Anvarbek Axmadjon o'g'li. (2022). RESPUBLIKAMIZDA YUKLARNI TASHISHDA LOGISTIK XIZMATLARNI QO'SHNI RESPUBLIKALARDAN OLIB CHIQISH VA RIVOJLANTIRISH OMILLARI . *JOURNAL OF NEW CENTURY INNOVATIONS*, *9*(1), 83–90. Retrieved from http://wsrjournal.com/index.php/new/article/view/1970
15. Аббасов Саидолимхон Жалолиддин угли, Шодмонов Сайидбек Абдувайитович, & Хомидов Анварбек Ахмаджон угли. (2022). ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВОДОРОДСОДЕРЖАЩИХ СОСТАВНЫХ ТОПЛИВ В ДВИГАТЕЛЯХ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ. *JOURNAL OF NEW CENTURY INNOVATIONS*, *9*(1), 101–108. Retrieved from http://wsrjournal.com/index.php/new/article/view/1972
16. Шодмонов С. А., Ортиқов С. С., Abdiraxmonov R.A International jurnal for innovative Enjineering and Management Research Хиндистон Hyderabad 2021 THE RESULTS OF LOBORATORY STUDIES CONDUCTED TO DEVELOP THE TECHNOLOGIY OF RESTOROTION OF SHAFTS March-2021, Volume 10, Issue 03, Pages: 402-404. https://ijiemr.org/downloads/Volume-10/ISSUE-3 3 0.33 ball
17. Хомидов, А. А., Шодмонов, С. А., & қизи Турғунова, Г. А. (2022). Определить Поток Пассажиров В Районе Города. *Periodica Journal of Modern Philosophy, Social Sciences and Humanities*, *12*, 79-87. https://periodica.org/index.php/journal/article/view/269
18. N.I.Karimxadjaev I.B.Erkinov G.A.Turgunova (2021) "Development of the foundation of integrated methods of teaching the oretical knowledge in the distance education system using information technology" "Proceedings of ICRAS-2021 International Conference, 52-55.
19. T.O.Almataev G.A.Turgunova (2021) "Plastics in automotive industry" journal of innovations in scientific and educational research volume-1, issue-7 (part-1, 30-october), 16-24.
20. Г.А.Тургунова (2021) "Бринелл усулида материал қаттиқлигини аниқлаш жараёни таҳлили" "Интернаука" часть 6, 31-34.
21. A.A.Xomidov . XAVFSIZLIK YOSTIQCHASI TURLARI. "ИРТЕРНАУКА" Научный журнал, №22(198) Часть 5, 9-12 ст.

22. Xomidov, AA, Abdurasulov, MSh . YO'LOVCHI VA YUK TASHISH SHARTNOMASI VA UNING MAZMUNI, MOHIYATI. "ИРТЕРНАУКА" Научный журнал, №45(221) Часть 3, 98-99 ст,
23. Xomidov, A.A., Abdirahimov, A.A. (2021). TRANSPORT LOGISTIKASIDA ZAHIRALAR VA OMBORLASHTIRISH. *Internauka,(45-3)* , 100-103.
24. Nasirov Ilham Zakirovich , Rakhmonov Khurshidbek Nurmuhammad ugli , Abbasov Saidolimkhon Jaloliddin ugli. (2022). Tests Of The Braun Gas Device. *Journal of Pharmaceutical Negative Results*, 1545–1550. https://doi.org/10.47750/pnr.2022.13.S08.185.
25. Рахмонов, Х. Н., & Насиров, И. З. (2021). Обогащение синтез газом топливовоздушной смеси ДВС. In *Матер. Международной научно-практической конференции" Современные технологии: проблемы инновационного развития и внедрения результатов (5 августа 2021 г.)". Петрозаводск: МЦНП" Новая наука"* (p. 21).
26. Носиров, И. З., & Умаров, А. А. (2014). Озонная смесь для двигателя внутреннего сгорания. *Вестник АСТА Туринского политехнического университета в городе Ташкенте*, (4), 55-59.
27. Насиров И.З., Тешабоев У.М. Высокоэффективный реактор с электролизёром для двигателя внутреннего сгорания // Просвещение и познание. 2022. №1 (8). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/vysokoeffektivnyy-reaktor-s-elektrolizyorom-dlya-dvigatelya-vnutrennego-sgoraniya (дата обращения: 23.11.2022).
28. Rahmatullo Rafuqjon o'g'li Rahimov (2022). Avtomobil transportida tashuv ishlarini amalga oshirishda harakat xavfsizligini ta'minlash uslublarini takomillashtirish yo'llari. ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ, 750-754.
29. Zakirovich, N. I., Muminovich, S. A., Mirzaahmadovich, T. U., & Toshtemirovich, G. M. Tests of a reactor for supplying hydrogen and ozone to an internal combustion engine. *International Journal of Early Childhood Special Education (INTJECSE) ISSN*, 1308-5581.